Всероссийская студенческая олимпиада по математике для студентов технических вузов

Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова

г. Новочеркасск

1. Найти отношение: $\dfrac{1+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^2}{3}+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^4}{5}+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^6}{7}\ldots}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^2}{4}+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^4}{6}+\dfrac{\left(e^{-1}\right)^6}{8}\ldots}$, считая, что $\ln(e+1)\approx 1$. (20 б.)

2. Решить уравнение: $1+\left(\int\limits_0^x y(t)dt\right)^2 = y(x)$. (20 б)

3. Какое самое большое число различных пар (x,y) целых чисел может удовлетворять уравнению: $\prod\limits_{k=0}^{n}\left[1-\left(x-5k-1\right)^2-y^2\right]\left[1-\left(x-5k-3\right)^2-y^2\right]=0$? (10 б.)

4. Доказать или опровергнуть утверждение: в сечении некоторой плоскостью поверхности куба может получиться правильный пятиугольник. (10 б.)

5. Изобразить на плоскости *(kOp)* множество точек $M(k;p)$ таких, что прямая $y=kx$ не пересекает параболу: $p^2x^2+y+1=0$, $p\neq 0$. (10 б.)

6. Известно, что три корня уравнения $x^5+px+q=0$ действительны. Что можно сказать о знаке коэффициента *p*? (10 б.)

7. Доказать, что при любом расположении 7 точек в прямоугольнике 3x4, найдётся круг радиуса *6/5*, внутри которого содержится по крайней мере две точки из данных. (20 б.)