Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова

Всероссийская студенческая олимпиада
Задания по высшей математике

г. Новочеркасск, 2016 г.

1. Решить систему уравнений: $\begin{cases} x^5 + e^x = y^5 + e^y; \\ x^2 + xy + y^2 = 12. \end{cases}$

2. Доказать неравенство $\dfrac{tg\,x}{tg\,y} > \dfrac{x}{y}$, при $0 < y < x < \dfrac{\pi}{2}$.

3. На поверхности прямоугольного параллелепипеда найти множество всех точек, для каждой из которых диагональ этого параллелепипеда видна под наименьшим углом.

4. Найти наименьшее расстояние от точки $A(0;1)$ до кривой:

$$y = 1 + \frac{1}{4\sqrt{3}x^{\frac{3}{2}}}.$$

5. Найти фигуру, каждая точка которой равноудалена от плоскости xOy и от точки (0; 0; 2). (Найти уравнение фигуры и сделать рисунок).

6. При каком значении постоянной C функция $z = (x, y)$, заданная неявно соотношением $x + a\,z = \varphi(y - b\,z)$, удовлетворяет уравнению

$$a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} = C \ ?$$

7. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \cos a_n$, $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \cos a_n$.